

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

# Aprendizaje de Reglas

INAOE

## Outline

## Introducción

Splitting vs. Covering

## 1R

## PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

- 1 Introducción  
Splitting vs. Covering
- 2 1R
- 3 PRISM
- 4 Otros sistemas de reglas
- 5 Valores desconocidos y numéricos

# Aprendizaje de Reglas

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- El aprendizaje de reglas normalmente produce resultados más fáciles de entender.
- Las reglas son del tipo:

***If***  $Atr_j = val_j \vee Atr_k = val_l \vee \dots$   
***Then***  $Clase = val_m$

# Splitting vs. Covering

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- La estrategia básica de la construcción de árboles de decisión se basa en *splitting*:
  - Divide el conjunto de datos en subconjuntos considerando un atributo seleccionado por una heurística particular.
  - Se consideran todas las clases dentro de la partición.
  - La idea básica es añadir atributos al árbol que se está construyendo buscando maximizar la separación entre las clases.

# Splitting vs. Covering

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

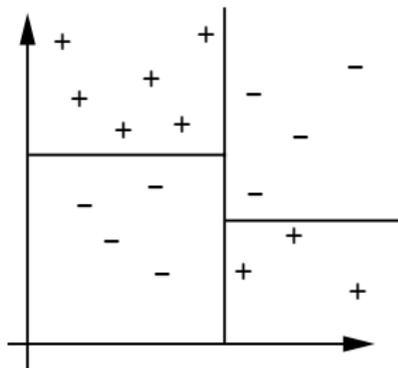
Valores  
desconocidos  
y numéricos

- La estrategia utilizada para aprender reglas, está basada en *covering*:
  - Encontrar condiciones de reglas (par atributo-valor) que cubra la mayor cantidad de ejemplos de una clase, y la menor del resto de las clases.
  - Se considera el cubrir una sola clase
  - La idea básica es añadir pruebas a cada regla que se está construyendo buscando maximizar cobertura minimizando errores (ver figura).

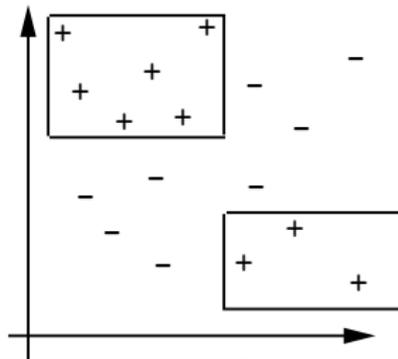
# Splitting vs. Covering

## Covering vs. Splitting

Splitting  
(ID3, CART)



Covering  
(AQ, CN2)



Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

# Splitting vs. Covering

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Las reglas pueden expresar disjunciones de manera más fácil que los árboles.
- Por lo mismo, extraer reglas directamente de árboles tiende a producir reglas más complejas de lo necesario.
- Los árboles tienen lo que se conoce como *replicated subtree problem*, ya que a veces repiten subárboles en varios lados.
- Por otro lado, si se quieren construir árboles a partir de reglas, no es trivial y tiende a dejar árboles incompletos.
- Las reglas muchas veces se prefieren con respecto a los árboles por representar “pedazos” de conocimiento relativamente *independiente*.

# Listas de decisión

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Normalmente los sistemas generan lo que se llaman listas de decisión (*decision lists*)
- Son conjuntos de reglas que son evaluadas en orden. Esto facilita la evaluación, pero disminuye su modularidad.
- El tener reglas que pueden ser evaluadas independientemente de su orden, permite que existan más de una predicción para un solo ejemplo y dificulta el producir un solo resultado.

# 1R

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Vamos a ver primero un sistema muy simple (1R) que es el equivalente a un *decision stump* o árbol de un solo nivel
- La idea es hacer reglas que prueban un solo atributo
- Se prueban todos los pares atributo-valor de cada atributo y se selecciona el atributo que ocasione el menor número de errores

# Algoritmo 1R

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

**Para cada** atributo

**Para cada** valor del atributo, crea una regla:

cuenta cuántas veces ocurre la clase

encuentra la clase más frecuente

asigna esa clase a la regla

Calcula el error de todas las reglas

Selecciona las reglas del atributo con el error más bajo

# 1R: Ejemplo

Ambiente	Temp.	Humedad	Viento	Clase
soleado	alta	alta	no	N
soleado	alta	alta	si	N
nublado	alta	alta	no	P
lluvia	media	alta	no	P
lluvia	baja	normal	no	P
lluvia	baja	normal	si	N
nublado	baja	normal	si	P
soleado	media	alta	no	N
soleado	baja	normal	no	P
lluvia	media	normal	no	P
soleado	media	normal	si	P
nublado	media	alta	si	P
nublado	alta	normal	no	P
lluvia	media	alta	si	N

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

# 1R: Ejemplo

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

De la tabla:

- Atributo Ambiente: 4 errores
- Atributo Temperatura: 5 errores
- Atributo Humedad: 4 errores
- Atributo Viento: 5 errores

Los empates se rompen arbitrariamente

# 1R: Ejemplo

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

Resultado (para Ambiente):

- If Atributo = soleado  
Then clase = N (cubre 5 y tiene 2 errores)
- If Atributo = nublado  
Then clase = P (cubre 4 y tiene 0 errores)
- If Atributo = lluvioso  
Then clase = P (cubre 5 y tiene 2 errores)

# 1R: valores faltantes y continuos

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Los valores faltantes en 1R se tratan como un nuevo valor
- Para los atributos continuos se hace una división simple:
  - Primero se ordenan los atributos con respecto a la clase (como lo vimos con árboles de decisión).
  - Se sugieren puntos de partición en cada lugar donde cambia la clase.
  - Si existen dos clases diferentes con el mismo valor, se mueve el punto de partición a un punto intermedio con el siguiente valor hacia arriba o abajo dependiendo de donde está la clase mayoritaria.

# 1R

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Un problema más serio es que el algoritmo tendría a favorecer contruir reglas para cada una de las particiones, lo cual le da una clasificación perfecta (pero muy poca predicción futura).
- Lo que se hace es que se exige que cada partición tenga un número mínimo de ejemplos de la clase mayoritaria.
- Cuando hay clases adyacentes con la misma clase mayoritaria, estas se juntan.

## 1R

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

Ejemplo:

64	65	68	69	70	71	72	72	75	75	80	81	83	85
P	N	P	P	P	N	N	P	P	P	N	P	P	N

- Tomando los puntos intermedios sería: 64.5, 66.5, 70.5, 72, 77.5, 80.5 y 84.

P || N || P P P || N N || P P P || N || P P || N

# 1R

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

P || N || P P P || N N || P P P || N || P P || N

- Si tomamos al menos 3 elementos por partición (en resultados experimentales con varios dominios, este valor se fija a 6):

P N P P P || N N P P P || N P P N

- Si juntamos clases con la misma clase mayoritaria, nos queda:

P N P P P N N P P P || N P P N

# 1R

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Lo cual nos daría una regla del tipo:

If Temperatura  $\leq 77.5$

Then Clase = P (cubre 10 y tiene 3 errores)

If Temperatura  $> 77.5$

Then Clase = N (cubre 4 y tiene 2 errores)

- En la segunda regla se hizo una selección aleatoria, ya que se tenía un empate.

# PRISM

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

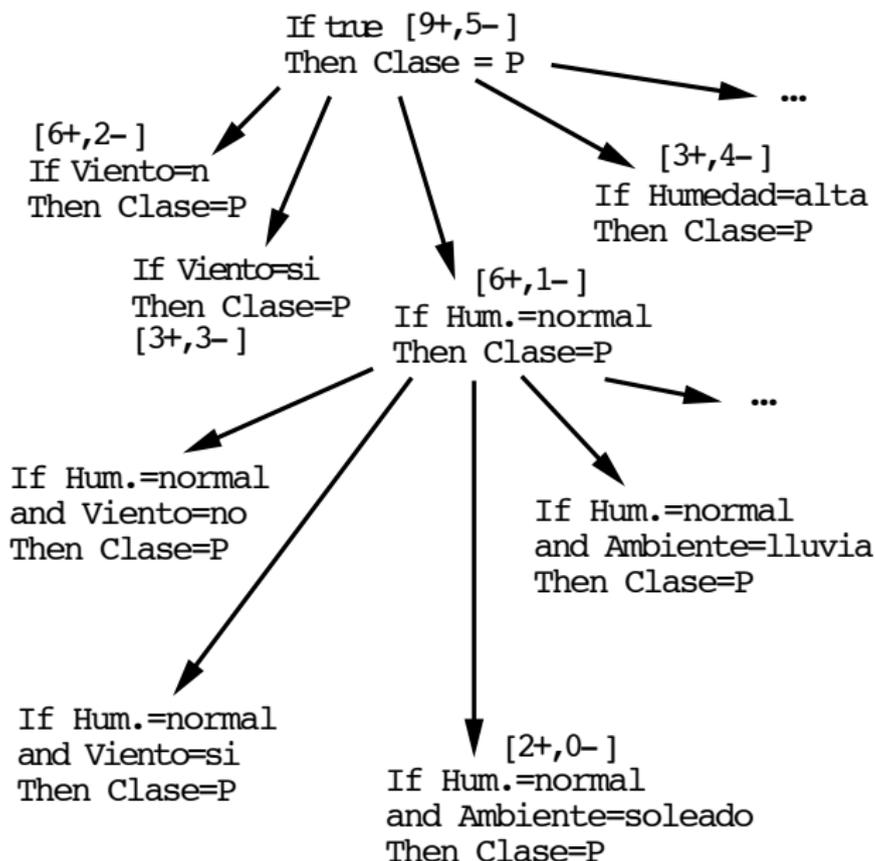
PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Es un algoritmo básico de aprendizaje de reglas que asume que no hay ruido en los datos
- Sea  $t$  el número de ejemplos cubiertos por la regla y  $p$  el número de ejemplos positivos cubiertos por la regla
- PRISM añade condiciones a reglas que maximicen la relación  $p/t$  (relación entre ejemplos positivos cubiertos y ejemplos cubiertos en total)

# PRISM



Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

# Algoritmo de PRISM

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

**Para cada** clase  $C$

Sea  $E$  = ejemplos de entrenamiento

**Mientras**  $E$  tenga ejemplos de clase  $C$

    Crea una regla  $R$  con LHS vacío y clase  $C$

**Until**  $R$  es perfecta **do**

**Para cada** atributo  $A$  no incluido en  $R$

            y cada valor  $v$ ,

            Considera añadir la condición " $A = v$ " a  $R$

            Selecciona el par  $A = v$  que maximice  $p/t$

            (en caso de empates, selecciona la que

            tenga  $p$  mayor)

        Añade " $A = v$ " a  $R$

    Elimina de  $E$  los ejemplos cubiertos por  $R$

# Reglas Ordenadas vs. No Ordenadas

- Como PRISM va eliminando los ejemplos que va cubriendo cada regla, las reglas que se construyen tienen que interpretarse en orden (las nuevas reglas se diseñan solo para cubrir los casos que faltan).
- Reglas que dependen del orden para su interpretación se conocen como *decision lists* o listas de decisión.
- Las reglas ordenadas son en general más rápidas de producir ya que van reduciendo el número de ejemplos a considerar
- Reglas que no dependen del orden son más modulares, pero pueden producir varias clasificaciones o no predecir nada.
- Con varias clasificaciones se puede seleccionar la regla que cubra más ejemplos, y cuando no se tiene una clasificación, escoger la clase mayoritaria.

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros sistemas de reglas

Valores desconocidos y numéricos

# Ejemplo

Consideremos la siguiente tabla:

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	Clase
1	x	$\triangle$	a	P
0	x	$\circ$	a	N
1	y	$\square$	a	P
1	y	$\triangle$	b	P
1	x	$\square$	b	N
0	y	$\circ$	a	P
0	x	$\triangle$	b	N
1	y	$\circ$	a	P

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

## Ejemplo

Si empezamos con la clase  $P$  construimos todas las posibles combinaciones de atributo valor y evaluamos su predicción sobre la clase  $P$ :

If $A_1 = 1$	If $A_1 = 0$	If $A_2 = x$
Then Clase = P	Then Clase = P	Then Clase = P
4/5	1/3	1/4

If $A_2 = y$	If $A_3 = \triangle$	If $A_3 = \bigcirc$
Then Clase = P	Then Clase = P	Then Clase = P
4/4	2/3	2/3

If $A_3 = \square$	If $A_4 = a$	If $A_4 = b$
Then Clase = P	Then Clase = P	Then Clase = P
1/2	4/5	1/3

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

## Ejemplo

En este caso una regla es perfecta: *If  $A_2 = y$  Then Clase = P*, por lo que esa seleccionamos y eliminamos todos los ejemplos que cubre:

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	Clase
1	x	$\triangle$	a	P
0	x	$\circ$	a	N
1	x	$\square$	b	N
0	x	$\triangle$	b	N

Repetimos lo mismo con los ejemplos que quedan.

## Ejemplo

If  $A_1 = 1$

Then Class = P

1/2

If  $A_1 = 0$

Then Class = P

0/2

If  $A_2 = x$

Then Class = P

1/4

If  $A_3 = \triangle$

Then Class = P

1/2

If  $A_3 = \circ$

Then Class = P

0/1

If  $A_3 = \square$

Then Class = P

0/1

If  $A_4 = a$

Then Class = P

1/2

If  $A_4 = b$

Then Class = P

0/2

En este caso, tenemos tres empates de 1/2 como valor máximo.

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros sistemas de reglas

Valores desconocidos y numéricos

## Ejemplo

Tomamos uno al azar y construimos todas las posibles reglas añadiendole posibles pares atributo-valor:

If  $A_1 = 1$

And  $A_2 = x$

Then Clase = P

1/2

If  $A_1 = 1$

And  $A_3 = \triangle$

Then Clase = P

1/1

If  $A_1 = 1$

And  $A_3 = \circ$

Then Clase = P

0/0

If  $A_1 = 1$

And  $A_3 = \square$

Then Clase = P

0/1

If  $A_1 = 1$

And  $A_4 = a$

Then Clase = P

1/1

If  $A_1 = 1$

And  $A_4 = b$

Then Clase = P

0/1

De nuevo tenemos tres empates y tomamos uno aleatoriamente (el primero).

# Ejemplo

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

- Las reglas entonces para la clase  $P$  son:

If $A_2 = y$	If $A_1 = 1$ and $A_3 = \triangle$
Then Clase = P	Then Clase = P

- Lo mismo hay que hacer para el resto de las clases
- Para la clase  $N$  unas posibles reglas son:

If $A_2 = x$ and $A_1 = 0$	If $A_2 = x$ and $A_3 = \square$
Then Clase = N	Then Clase = N

# AQ

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- AQ fue Uno de los primeros sistemas de reglas
- Desarrollado originalmente por Michalski (79), y reimplementado y mejorado por otros autores (e.g., AQ11, AQ15).
- Su salida es un conjunto de reglas de clasificación del tipo “if...then...”

# AQ: principios

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Selecciona aleatoriamente un ejemplo (semilla)
- Identificar el ejemplo de otra clase que sea más *cercano*
- Especializa la regla actual (añade condiciones atributo-valor) para no cubrir ese ejemplo negativo
- Trata de cubrir a la mayor cantidad de ejemplos positivos.

# AQ

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

Se exploran varias alternativas de reglas (*beam-search*).  
Heurísticas que se usaron para seleccionar la mejor regla:

- Sumar los ejemplos positivos cubiertos y los negativos excluidos (en caso de empate, preferir la más corta)
- Sumar el núm. de ejemplos clasificados correctamente dividido por el núm. total de ejemplos cubiertos
- Maximiza el número de ejemplos positivos cubiertos

Una de sus principales desventajas es que es sensible a ejemplos con ruido (i.e., si la semilla seleccionado tiene información errónea).

# CN2

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- CN2 (Clark and Niblett, 1988) se propuso para atacar datos con ruido y evitar el *sobreajuste* que se encontraba en sistemas como AQ
- Su contribución principal es la de quitar la dependencia de un ejemplo específico durante su búsqueda y forma la base de muchos de los algoritmos de reglas actuales.

## CN2

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

- En CN2 se pueden especificar valores *don't-care* “\*” y valores desconocidos “?”
- Sigue una búsqueda tipo *beam-search*.
- La heurística de búsqueda original que sigue es basada en entropía:

$$Entr = - \sum_i p_i \log_2(p_i)$$

donde  $p_i$  es la distribución de las clases que cubre cada regla

- Se selecciona la regla de menor entropía, osea la regla que cubre muchos ejemplos de una clase y pocos de las demás

## CN2

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- En una versión posterior usaron *the Laplacian error estimate*:

$$AccuracyA(n, n_c, k) = (n - n_c + k - 1)/(n + k)$$

donde:

$n$  = número total de ejemplos cubiertos por la regla

$n_c$  = número de ejemplos positivos cubiertos por la regla

$k$  = número de clases en el problema.

## CN2

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

- CN2 maneja también una medida de significancia para las reglas
- El usuario proporciona un límite para la medida de significancia, abajo del cual las reglas son rechazadas
- La medida está basada en la razón de verosimilitud (*likelihood ratio statistic*) que mide una distancia entre dos distribuciones, definida por:

$$2 \sum_{i=1}^n f_i \log\left(\frac{f_i}{e_i}\right)$$

## CN2

Donde:

- $F = (f_1, \dots, f_n)$ : distribución de frecuencias observada de ejemplos dentro de las clases que satisfacen una regla dada
  - Número de ejemplos que satisfacen la regla entre el número total de ejemplos que satisface la regla
- $E = (e_1, \dots, e_n)$ : frecuencia esperada en los mismos ejemplos bajo la suposición que la regla selecciona ejemplos aleatoriamente
  - Número de ejemplos cubiertos por la regla siguiendo la distribución de ejemplos del total de los ejemplos
- Entre más baja es la medida es más probable que la aparente regularidad expresada en la regla sea por casualidad

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

# Medidas Alternativas de Selección

- La más simple (que ya vimos), es la frecuencia relativa de ejemplos positivos cubiertos

$$m(R) = \frac{p}{t} = \frac{p}{p+n}$$

$t$  = número total de ejemplos cubiertos por la regla =  
 $p + n$

$p$  = número total de ejemplos positivos cubiertos por la regla

Tiene problemas con muestras pequeñas

- Estimador Laplaciano (CN2). Asume una distribución uniforme de las  $k$  clases ( $k = 2$ )

$$m(R) = \frac{p+1}{p+n+k}$$

## Medidas Alternativas de Selección

- Estimador  $m$ : considera que las distribuciones *a priori* de las clases ( $P_a(C)$ ), son independientes del número de clases y  $m$  es dependiente del dominio (entre más ruido, se selecciona una  $m$  mayor).

$$m(R) = \frac{p + m \cdot P_a(C)}{p + n + m}$$

- Ganancia de información:

$$\log_2 \frac{p}{p+n} - \log_2 \frac{P}{P+N}$$

donde  $P$  y  $N$  son los ejemplos cubiertos *antes* de que se añadiera la nueva prueba

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

# Medidas Alternativas de Selección

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Weighted relative accuracy:

$$w/a = \frac{p + n}{P + N} \left( \frac{p}{p + n} - \frac{P}{P + N} \right)$$

# Valores desconocidos y numéricos

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Con valores desconocidos, en un algoritmo de *covering* lo mejor es hacer como si no aparean ninguna condición (ignorarlos).
- En este sentido, los algoritmos que aprenden *decision lists* tienen cierta ventaja, ya que ejemplos que parecen difíciles al principio, se van quedando y al final se pueden resolver, en general, más fácilmente.
- Los atributos numéricos se pueden tratar igual que con los árboles.

# Pruning

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Una forma de evaluar si una regla es buena es considerar la probabilidad de que una regla aleatoria nos de resultados iguales o mejores que la regla a considerar, basados en la mejora en ejemplos positivos cubiertos
- Idea: generar reglas que cubran puros ejemplos positivos.
- Esta regla es probable que este sobre-especializada.
- Lo que se hace es que se elimina el último término que se añadió y se verifica si esta regla es mejor a la anterior
- Este proceso se repite hasta que no existan mejoras

# Algoritmo de podado de reglas

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

Inicializa  $E$  al conjunto de ejemplos

**Until**  $E$  sea vacío **do**

**Para cada** clase  $C$

    Crea una regla perfecta para la clase  $C$

    Calcula la medida de probabilidad  $m(R)$  para la regla  
    y para la regla sin la última condición  $m(R-)$

**Mientras**  $m(R-) < m(R)$ , elimina la última condición  
    de la regla y repite el proceso

De las reglas generadas, selecciona aquella  
con  $m(R)$  menor

Elimina las instancias cubiertas por la regla

# Algoritmo de podado de reglas

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Este algoritmo no garantiza encontrar las mejores reglas por 3 razones principales:
  - ❶ El algoritmo para construir las reglas, no necesariamente produce las mejores reglas para ser reducidas
  - ❷ La reducción de reglas empieza con la última condición, y no necesariamente es el mejor orden
  - ❸ La reducción de reglas termina cuando cambia la estimación, lo cual no garantiza que el seguir recortando pueda mejorar de nueva la estimación
- Sin embargo, el procedimiento es bueno y rápido

# Medida de Evaluación para reducción de reglas

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

- Cuál es la probabilidad que una regla seleccionada aleatoriamente con la misma cantidad de ejemplos que cubre  $R$  tenga el mismo desempeño?
- Una regla que cubra  $t$  casos, de los cuales  $p$  sean de la clase  $C$  (sin reemplazo):

$$Pr(t_C) = \frac{\binom{P}{p} \binom{T-P}{t-p}}{\binom{T}{t}}$$

# Medida de Evaluación para reducción de reglas

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

Donde:

- $p$  es número de instancias de la clase que la regla selecciona
- $t$  es el número total de instancias que cubre la regla
- $P$  es el número total de instancias de la clase
- $T$  es el número total de instancias

Si queremos ver la probabilidad de que cubra  $p$  casos o más, entonces:

$$m(R) = \sum_{i=p}^{\min(t,P)} Pr(t_C)$$

# Medida de Evaluación para reducción de reglas

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

- Valores pequeños indican que la regla es buena, ya que es muy poco probable que la regla sea construida por casualidad
- Como este es muy costoso de calcular, se pueden hacer aproximaciones
- Si el número de ejemplos es grande, la probabilidad de que exactamente  $p$  ejemplos de los  $t$  sean de clase  $C$  (con reemplazo) es:

$$Pr(t_C) = \binom{t}{p} \left(\frac{P}{T}\right)^p \left(1 - \frac{P}{T}\right)^{t-p}$$

que corresponde a una distribución binomial

# Reduced Error Pruning

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

- La función acumulada se puede aproximar a una función beta de la siguiente forma:

$$\sum_{i=p}^t \binom{t}{i} \left(\frac{P}{T}\right)^i \left(1 - \frac{P}{T}\right)^{t-i} = I_{\beta}(p, t - p + 1)$$

- Todo esto (simplificación de reglas) se puede hacer con un subconjunto del conjunto de ejemplos de entrenamiento (*reduced error pruning*)

# Incremental REP

- IREP (*Incremental REP*) simplifica reglas cada vez que se construyen usando:

$$\frac{p + (N - n)}{P + N}$$

- Sin embargo, le da la misma importancia a los ejemplos negativos no cubiertos y los positivos cubiertos
- Por lo que si una regla cubre 2000 ( $p$ ) de 3,000, osea que tiene 1,000 mal ( $n$ ) es evaluada mejor que una regla que cubre 1,000 ( $p$ ) de 1,001 ( $n = 1$ )
- Otra medida popular es:

$$\frac{p - n}{p + n}$$

Pero sufre de problemas parecidos

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

# RIPPER

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Construye un conjunto de reglas usando *covering*
- Reduce las reglas usando alguna heurística como las de arriba con un conjunto de entrenamiento separado
- Luego “optimiza” al mismo tiempo ese conjunto de reglas

# RIPPER

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

RIPPER utiliza varias medidas e ideas al mismo tiempo:

- Un conjunto de ejemplos separados para decidir podar reglas
- Ganancia de información para crecer las reglas
- Medida de IREP para podar reglas
- Medida basada en MDL como criterio de paro para el conjunto global de reglas

# RIPPER

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

Una vez que construye un conjunto inicial de reglas:

- Toma una regla  $R_i$  del conjunto total de reglas y la hace crecer (*revision*)
- También hace crecer una nueva regla desde el principio
- Al final se queda con la regla original o alguna de las otras dos (la que hizo crecer o construyo desde cero) tomando en cuenta el error sobre el conjunto total de las reglas

# Construir reglas usando árboles

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Es posible crear reglas directamente de un árbol de decisión, sin embargo, las reglas tienden a ser más complejas de lo necesario
- Se pueden utilizar los mecanismos planteados en la sección anterior para ir *podando* las reglas
- Una alternativa es combinar una estrategia de *covering* con una de *splitting*

# Construir reglas usando árboles

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

- Para construir una regla se construye un árbol podado (*splitting*) y la hoja con la mejor cobertura se transforma en una regla
- Una vez construida una regla se eliminan todos los ejemplos que cubre (*covering*) y se repite el proceso
- En lugar de construir un árbol completo, se construyen árboles parciales, expandiendo las hojas con mejores medidas de entropía
- Este esquema tiende a producir conjuntos de reglas simples con muy buen desempeño

# Ripple-down rules

- La idea es construir primero las reglas que cubren la mayor cantidad de casos y luego ir las afinando mediante excepciones
- Primero se toma la clase mayoritaria de entrada
- Todo lo que no se cumpla se toma como una excepción a esta
- Se busca la mejor regla (la que cubra más casos) de otra clase y se añade como una excepción
- Esto divide de nuevo los datos en los que cumplen con esa nueva condición y los que no cumplen
- Dentro de los que no cumplen de nuevo se busca la mejor regla de otra clase y se añade como excepción, y así sucesivamente hasta que se cubran todos los casos

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglas

Valores  
desconocidos  
y numéricos

## Ejemplo de *Ripple down rules*

Default: reprueba  
excepto

Si estudia=si AND memoriza=no

Entonces pasa

excepto

Si copia=si AND descubren=si

Entonces reprueba

Else

Si estudia=no AND copia=si AND descubren=no

Entonces pasa

excepto

Si vecino-sabe=no

Entonces reprueba

Una de las ventajas es que la mayoría de los ejemplos se cubren por las reglas de más alto nivel, y las de bajo nivel representan realmente las excepciones

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos

# Reglas que incluyen relaciones

- Hasta ahora todas las reglas consideran pruebas sobre atributos (proposicionales)
- En ocasiones es importante expresar relaciones entre atributos
- Por ejemplo, si vemos varias reglas del tipo:  
If ancho  $\leq$  3.5 and alto  $\geq$  4 Then parado  
If ancho  $\geq$  3.5 Then acostado
- Entonces generar reglas en donde lo importante no son los valores sino su relación  
If ancho  $<$  alto Then parado  
If ancho  $>$  alto Then acostado
- Estas reglas se llaman relacionales. En otro curso veremos ILP y Aprendizaje en Grafos

Outline

Introducción

Splitting vs. Covering

1R

PRISM

Otros  
sistemas de  
reglasValores  
desconocidos  
y numéricos