

Modelos Gráficos Probabilistas

L. Enrique Sucar

INAOE

## Sesión 3: Teoría de Información

“Estamos ahogados en datos, pero hambrientos por información”

[Inspirado en John Naisbett (Fayyad 1996)]

# Conceptos de Teoría de Información

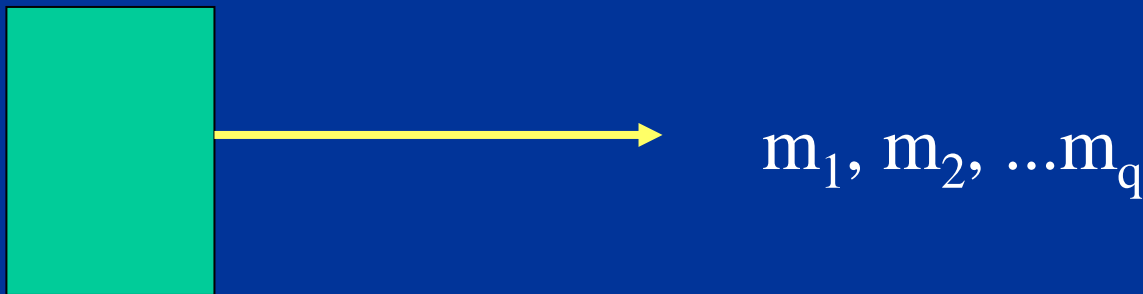
- Definición
- Medida de Información
- Entropía
  
- Referencias y Problemas

# Información

- La cantidad de información recibida respecto a la ocurrencia de un evento es *inversamente proporcional* a su probabilidad
- Ejemplos
  - Está nublado en Puebla
  - Hizo erupción el Popocatepetl
  - Renunció Calderón

# Medidia de Información

- Dada una fuente de información discreta
  - $q$  posibles mensajes:  $m_1, m_2, \dots, m_q$
  - con probabilidades:  $p_1, p_2, \dots, p_q$



# Propiedades de la medida (I)

- $I(m1) > I(m2)$ , si  $p1 < p2$
- $I(m) \rightarrow \infty$ , si  $p \rightarrow 0$
- $I(m) \geq 0$ ,  $0 \leq P(A) \leq 1$
- $I(m1 + m2) = I(m1) + I(m2)$ , si  $m1$  y  $m2$  son independientes

# Medida de Información

- Función logarítmica:

$$I(m_k) = \log (1/p_k)$$

- En base 2 (en bits):

$$I(m_k) = \log_2 (1/p_k)$$

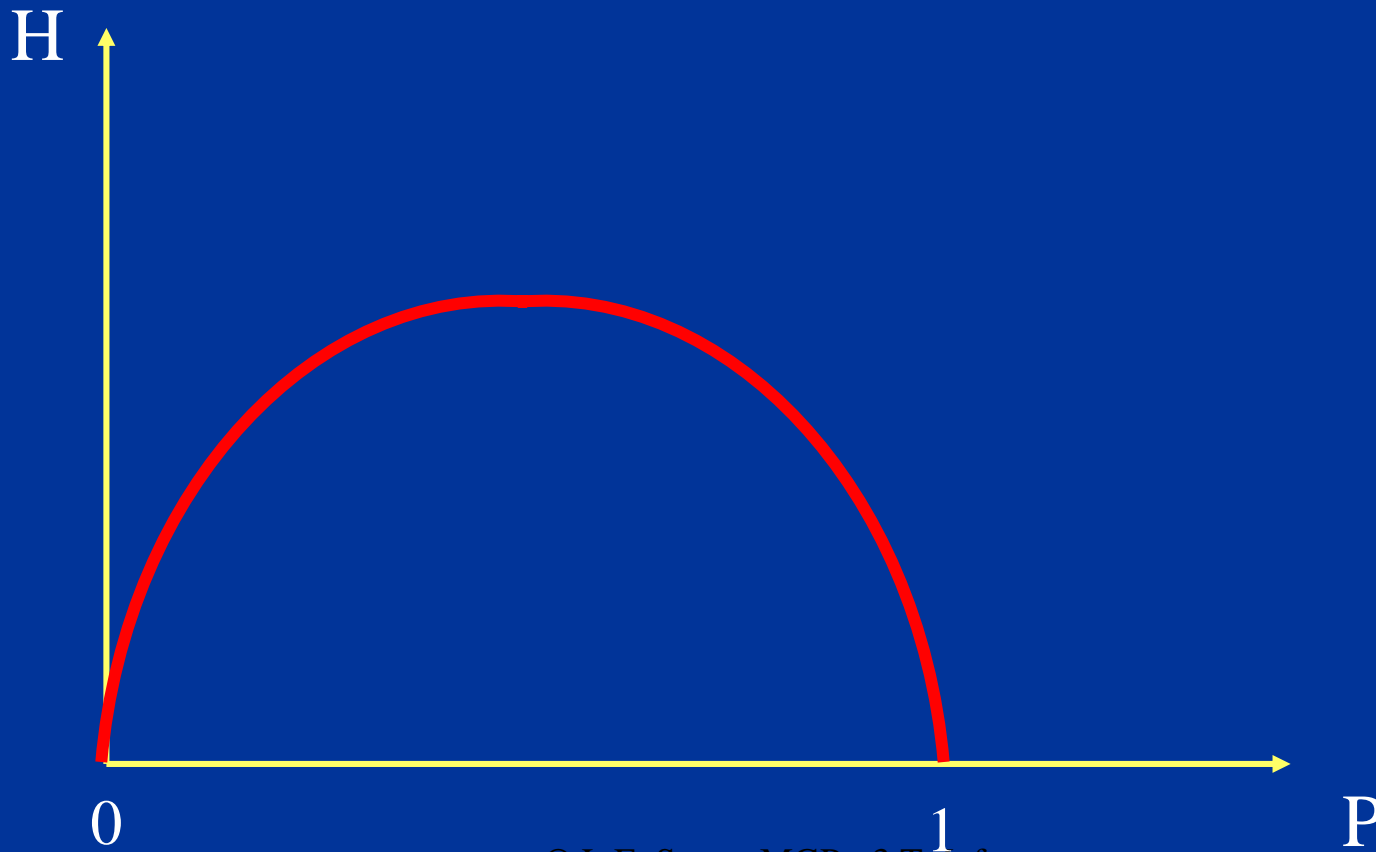
# Entropía

- Información promedio de un mensaje que puede tomar  $n$  valores:

$$H = E(I) = \sum_i p_i \log_2 (1/p_i)$$

- $H$  es la entropía
- En promedio, se esperan recibir  $H$  bits de información
- Cuándo es  $H$  máxima y cuando es mínima?

# Ejemplo: H para una fuente binaria



# Entropía condicional y cruzada

- Entropía condicional:

$$H(X | Y) = \sum_x P(x|y) \log_2 ( 1/P(x|y) )$$

- Entropía cruzada:

$$H(X, Y) = \sum_x \sum_y P(x,y) \log_2( P(x,y) / P(x) P(y) )$$

- Medida de información mutua o dependencia entre 2 variables (es cero si son independientes)

# Referencias

- [Russell y Norvig] Sección 18.4
- Libros básicos de comunicaciones

# Actividades

- Hacer ejercicio de teoría de información