

Matemáticas Discretas

Curso Propedéutico de la
Maestría en Ciencias Computacionales, INAOE
Angélica Muñoz Meléndez, L. Enrique Sucar Succar

Ejercicios de Conjuntos (basados en el libro de R. P. Grimaldi)

Objetivo

- Realizar prácticas del capítulo sobre Conjuntos.

1. Conjuntos y subconjuntos

- ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son iguales?
(a) $\{1,2,3\}$ (b) $\{3,2,1,3\}$ (c) $\{3,1,2,3\}$ (d) $\{1,2,2,3\}$
- Sea $A = \{1, \{1\}, 2\}$. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?
(a) $1 \in A$ (b) $\{1\} \in A$ (c) $\{1\} \subseteq A$ (d) $\{\{1\}\} \subseteq A$
(e) $\{2\} \in A$ (f) $\{2\} \subseteq A$ (g) $\{\{2\}\} \subseteq A$ (h) $\{\{2\}\} \subset A$
- Sea $A = \{1, 2, \{2\}\}$. ¿Cuáles de las proposiciones del ejercicio 2 son verdaderas?
- ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?
(a) $\emptyset \in \emptyset$ (b) $\emptyset \subset \emptyset$ (c) $\emptyset \subseteq \emptyset$
(d) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ (e) $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ (f) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
- Sea $\mathcal{U} = \mathbb{N}$, el conjunto de los números naturales, y sean A, B, C y $D \subset \mathcal{U}$. Determine los elementos de A, B, C y D a partir de sus descripciones intencionales.
(a) $A = \{x \mid x = 1 + (-1)^n \text{ y } n \in \mathcal{U}\}$
(b) $B = \{x \mid x = n + (1/n) \text{ y } n \in \{1, 2, 3, 5, 7\}\}$
(c) $C = \{x \mid x = n^3 + n^2 \text{ y } n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$

(d) $D = \{x|x = 1/(n^2 + n) \text{ y } 0 \leq n \leq 11 \text{ y } n \% 2 \neq 0\}$

Nota. En el inciso (d) denotamos con la expresión $a \% b$, el módulo o residuo de la división entera a/b .

2. Operaciones de conjuntos

1. Para $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$, sean A, B, C y $D \subset \mathcal{U}$,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2, 4, 8\}, C = \{1, 2, 3, 5, 7\} \text{ y } D = \{2, 4, 6, 8\}.$$

Determine lo siguiente.

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| (a) $(A \cup B) \cap C$ | (b) $A \cup (B \cap C)$ | (c) $\overline{C \cup D}$ |
| (d) $\overline{C \cap D}$ | (e) $(A \cup B) - C$ | (f) $A \cup (B - C)$ |
| (g) $(B - C) - D$ | (h) $B - (C - D)$ | (i) $(A \cup B) - (C \cap D)$ |

2. Sea $\mathcal{U} = \mathbb{R}$, el conjunto de los números reales, y sean $A, B \subset \mathcal{U}$,

$$A = \{x|0 \leq x \leq 3\} \text{ y } B = \{x|2 \leq x < 7\}.$$

Determine las descripciones intencionales de lo siguiente.

- | | | |
|------------------|----------------|--------------------|
| (a) $A \cap B$ | (b) $A \cup B$ | (c) \overline{A} |
| (d) $A \Delta B$ | (e) $A - B$ | (f) $B - A$ |

3. Sea $\mathcal{U} = \{a, b, c, \dots, x, y, z\}$, $A, B, C \subset \mathcal{U}$, $A = \{a, b, c\}$ y $C = \{a, b, d, e\}$.

Si $|A \cap B| = 2$ y $(A \cap B) \subset B \subset C$, dé la descripción extensional de B .

4. Sea $\mathcal{U} = \mathbb{N}$, el conjunto de números naturales, $A, B, C, D \subset \mathcal{U}$. Determine lo siguiente.

- (a) La descripción extensional de A y B cuando $A - B = \{1, 3, 7, 11\}$, $B - A = \{2, 6, 8\}$ y $A \cap B = \{4, 9\}$.
- (b) La descripción extensional de C y D cuando $C - D = \{1, 2, 4\}$, $D - C = \{7, 8\}$ y $C \cup D = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}$.

5. Sea $\mathcal{U} = \mathbb{N}$, el conjunto de números naturales, $A, B, C, D, E \subset \mathcal{U}$, con las siguientes descripciones intencionales:

$$A = \{x|x = 2n \text{ y } n \in \mathcal{U}\}$$

$$B = \{x|x = 3n \text{ y } n \in \mathcal{U}\}$$

$$C = \{x|x = 4n \text{ y } n \in \mathcal{U}\}$$

$$D = \{x|x = 6n \text{ y } n \in \mathcal{U}\}$$

$$E = \{x|x = 8n \text{ y } n \in \mathcal{U}\}$$

(a) ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles falsas?

- | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|--|
| (i) $E \subseteq D \subseteq A$ | (ii) $A \subseteq C \subseteq E$ | (iii) $B \subseteq D$ |
| (iv) $D \subseteq B$ | (v) $D \subseteq A$ | (vi) $\overline{D} \subseteq \overline{A}$ |

(b) Determine cada uno de los siguientes conjuntos, en alguna de sus forma de descripción.

- | | | |
|-----------------|--------------------|------------------|
| (i) $C \cap E$ | (ii) $B \cup D$ | (iii) $A \cap B$ |
| (iv) $B \cap D$ | (v) \overline{A} | (vi) $A \cap E$ |

6. Utilice las tablas de pertenencia para establecer los siguiente:

$$(a) \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad (b) A \cup A = A \quad (c) A \cup (A \cap B) = A$$
$$(d) \overline{(A \cup B) \cup (\overline{A} \cap \overline{C})} = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap \overline{C})$$

7. Utilice los diagramas de Venn para comprobar las equivalencias del ejercicio previo.

8. Aplicando las Leyes de la Teoría de Conjuntos, simplifique las siguientes expresiones:

$$(a) A \cap (B - A) \quad (b) (A \cap B) \cup (A \cap B \cap \overline{C} \cap D) \cup (\overline{A} \cap B)$$
$$(c) (A - B) \cup (A \cap B) \quad (d) \overline{A} \cup \overline{B} \cup (A \cap B \cap \overline{C})$$

Respuestas

1-1. (a), (b), (c) y (d).

1-2. (a), (b), (c), (d), (f).

1-3. (a), (c), (e), (f), (g), (h).

1-4. (d), (e), (f).

1-5. (a) $A = \{0, 2\}$, (b) $B = \{2, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{3}, 5\frac{1}{5}, 7\frac{1}{7}\}$, (c) $C = \{0, 2, 12, 36, 80\}$,
(d) $D = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{12}, \frac{1}{30}, \frac{1}{56}, \frac{1}{90}, \frac{1}{132}\}$

2-1 (a) $\{1, 2, 3, 5\}$, (b) A , (c) y (d) $\mathcal{U} - \{2\}$, (e) $\{4, 8\}$, (f) $\{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$,
(g) \emptyset , (h) $\{2, 4, 8\}$, (i) $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

2-2 (a) $A \cap B = \{x | 2 \leq x \leq 3 \text{ y } x \in \mathcal{U}\}$, (b) $A \cup B = \{x | 0 \leq x < 7 \text{ y } x \in \mathcal{U}\}$,
(c) $\overline{A} = \{x | x < 0, x > 3 \text{ y } x \in \mathcal{U}\}$, (d) $A \Delta B = \{x | 0 \leq x < 2, 3 < x < 7 \text{ y } x \in \mathcal{U}\}$,
(e) $A - B = \{x | 0 \leq x < 2 \text{ y } x \in \mathcal{U}\}$, (f) $B - A = \{x | 3 < x < 7 \text{ y } x \in \mathcal{U}\}$

2-3 $B = \{a, b, d\}$ o bien $B = \{a, b, e\}$.

2-4 (a) $A = \{1, 3, 4, 7, 9, 11\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 9\}$
(b) $C = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $D = \{5, 7, 8, 9\}$

2-5 (a) (i), (iv) y (v) son verdaderas, (ii), (iii) y (vi) son falsas.
(b) (i) y (v) E , (ii) B , (iii) y (iv) D , (v) $\overline{A} = \{x | x \% 2 \neq 0 \text{ y } x \in \mathcal{U}\}$