

Análisis y Diseño de Algoritmos

Tarea 3

1. Decida si $\log(n!) = \Theta(\log[(n+1)!])$.
2. Resuelva la siguiente recurrencia:

$$\begin{aligned}T(0) &= 0 \\T(1) &= 1 \\T(n) &= \sqrt{\frac{1}{2}T^2(n-1) + \frac{1}{2}T^2(n-2) + n}\end{aligned}$$

3. Resuelva la siguiente recurrencia:

$$\begin{aligned}\text{b) } T(0) &= 0 \\T(n) &= \frac{1}{4 - T(n-1)}\end{aligned}$$

4. Suponga que $P \neq NP$. Demuestre que si X está en P entonces X no es NP-completo.
5. Considere el siguiente segmento de código.

```
for ( i=1 ; i<=n ; i++ )  
    P(i)
```

Suponga que $P(i)$ es tal que tiene costo $\log(i)$ si i es una potencia de 2 y 1 en otro caso. Muestre que el costo amortizado de los n llamados es $O(n)$.

6. Diseñe un algoritmo tipo divide y vencerás para calcular el producto punto de 2 vectores de tamaño n . Analice el tiempo de ejecución de su propuesta, considerando que las sumas toman el mismo tiempo que las multiplicaciones.
7. Diseñe un algoritmo tipo divide y vencerás para multiplicar matrices de tamaños $n \times m$ y $m \times p$. Analice el tiempo de ejecución de su propuesta, considerando que las sumas toman el mismo tiempo de las multiplicaciones.
8. Suponga que se tienen n hombres de edades $h_1, h_2, \dots, h_n$ y n mujeres de edades $m_1, m_2, \dots, m_n$. Diseñe un algoritmo ávido que resuelva el problema de formar n parejas entre hombres y mujeres, de modo que se minimice la suma de las diferencias de edades de cada pareja formada.
9. Diseñe un algoritmo ávido que resuelva el problema del agente viajero. Una persona quiere visitar un conjunto de n ciudades y regresar a su ciudad de origen, las distancias entre cada ciudad están almacenadas en una matriz simétrica de $n \times n$. El objetivo es seleccionar el orden en que deben recorrerse las ciudades de manera que la distancia total recorrida sea mínima. Analice el tiempo de ejecución de su propuesta.

10. El siguiente segmento de código calcula $\binom{n}{k}$

```
int C(int n, int k)
{
    if( k==0 || k==n )
        return 1;
    else
        return (n/(n-k)) * C(n-1, k);
}
```

Analice el tiempo de ejecución de este segmento de código.