

# Análisis y Diseño de Algoritmos

## Tarea 1

- Para  $A=\{1,2,3\}$  , $B=\{2,4,5\}$ , determinar:
  - $|A \times B|$
  - El número de relaciones de  $A$  a  $B$ .
  - El número de relaciones de  $A$  a  $B$  que contengan  $(1,2)$  y  $(1,5)$ .
  - El número de relaciones de  $A$  a  $B$  que contengan exactamente cinco pares ordenados.
  - El número de relaciones simétricas de  $A$  a  $B$
- En un grupo hay 8 hombres y 8 mujeres, cuantos equipos de 2 hombres y 2 mujeres pueden formarse si el hombre 1 no puede estar en el mismo equipo que la mujer 1. Utilice conceptos de la teoría de conjuntos para dar su respuesta.
- Si en un experimento se lanzan dos dados, cuál es la probabilidad de que la suma de los resultados obtenidos en cada dado sea par. Considere su respuesta si en lugar de lanzar dos dados se lanza uno dos veces.
- En un experimento se lanzan 10 dados iguales, de cuantas formas pueden caer estos dados. Considere su respuesta si en lugar de lanzar 10 dados se lanza uno 10 veces. De cuantas formas pueden caer los dados si todos son de diferente color (Rojo, Azul, Verde, Amarillo, Anaranjado, Morado, Blanco, Negro, Violeta, Rosa).
- Si en una urna hay 5 pelotas verdes y dos rojas. Una vez dentro de la urna no pueden verse las pelotas. Si se extrae una pelota y sin ver el color se guarda.Cuál es la probabilidad de que al extraer una segunda pelota, ésta sea verde. Expresé el resultado como el cociente de dos enteros.
- Cuántas personas deben ser invitadas a una fiesta para garantizar que 3 de los invitados tengan el mismo cumpleaños.
- De cuántas maneras podemos ir de la ciudad  $A$  a la ciudad  $D$  pasando por las ciudades  $B$  y  $C$  si existen 3 caminos distintos de  $A$  a  $B$ , 4 caminos distintos de  $B$  a  $C$  y 5 caminos distintos de  $C$  a  $D$ ?
- Demuestre que:
  - $a^{\log_b n} = n^{\log_b a}$
  - $\sqrt{2}$  es irracional
- Demuestre por inducción que:

a)  $1 + \sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1}$

b)  $\sum_{i=0}^n i^3 = \left( \sum_{i=0}^n i \right)^2$

10. Demuestre lo siguiente:

- a)  $(n+a)^b = \Theta(n^b)$  para  $a, b > 0$
- b)  $o(g(n)) \cap \omega(g(n)) = \emptyset$

11. Decida si (demuestre su respuesta):

- a)  $2^{n+a} = O(2^n)$  para  $a > 0$
- b)  $2^{an} = O(2^n)$  para  $a > 1$

12. Evalúe o acote con integrales las siguientes sumas (en su caso resuelva las integrales):

- a)  $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{i-1}{2^i}$
- b)  $\sum_{i=0}^{\infty} (2i+1)x^{2i}$  para  $0 < |x| < 1$