

Modelos Gráficos Probabilistas

L. Enrique Sucar

INAOE

Sesión 3: Teoría de Información

“Estamos ahogados en datos, pero hambrientos por información”

[Inspirado en John Naisbett (Fayyad 1996)]

Conceptos de Teoría de Información

- Definición
- Medida de Información
- Entropía
- Entropía Condicional

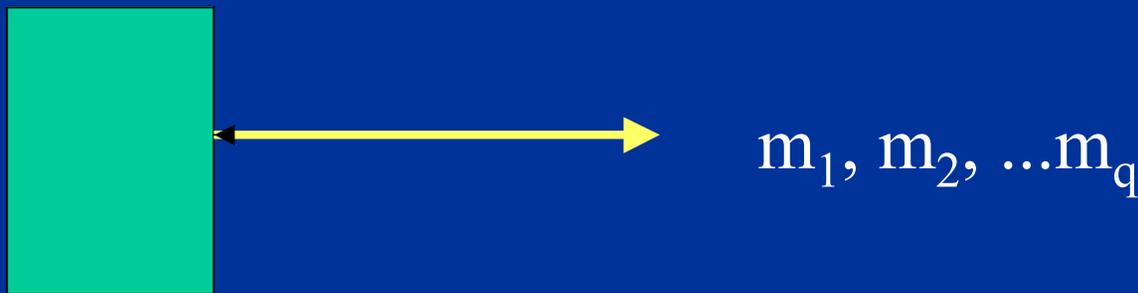
- Referencias

Información

- La cantidad de información recibida respecto a la ocurrencia de un evento es *inversamente proporcional* a su probabilidad
- Ejemplos
 - Está nublado en Puebla
 - Hizo erupción el Popocatepetl
 - Renunció el Presidente de México

Medidia de Información

- Dada una fuente de información discreta
 - q posibles mensajes: m_1, m_2, \dots, m_q
 - con probabilidades: p_1, p_2, \dots, p_q



Propiedades de la medida (I)

- $I(m1) > I(m2)$, si $p1 < p2$
- $I(m) \rightarrow \inf$, si $p \rightarrow 0$
- $I(m) \geq 0$, $0 \leq P(A) \leq 1$
- $I(m1 + m2) = I(m1) + I(m2)$, si $m1$ y $m2$ son independientes

Medida de Información

- Función logarítmica:

$$I(m_k) = \log (1/p_k)$$

- En base 2 (en bits):

$$I(m_k) = \log_2 (1/p_k)$$

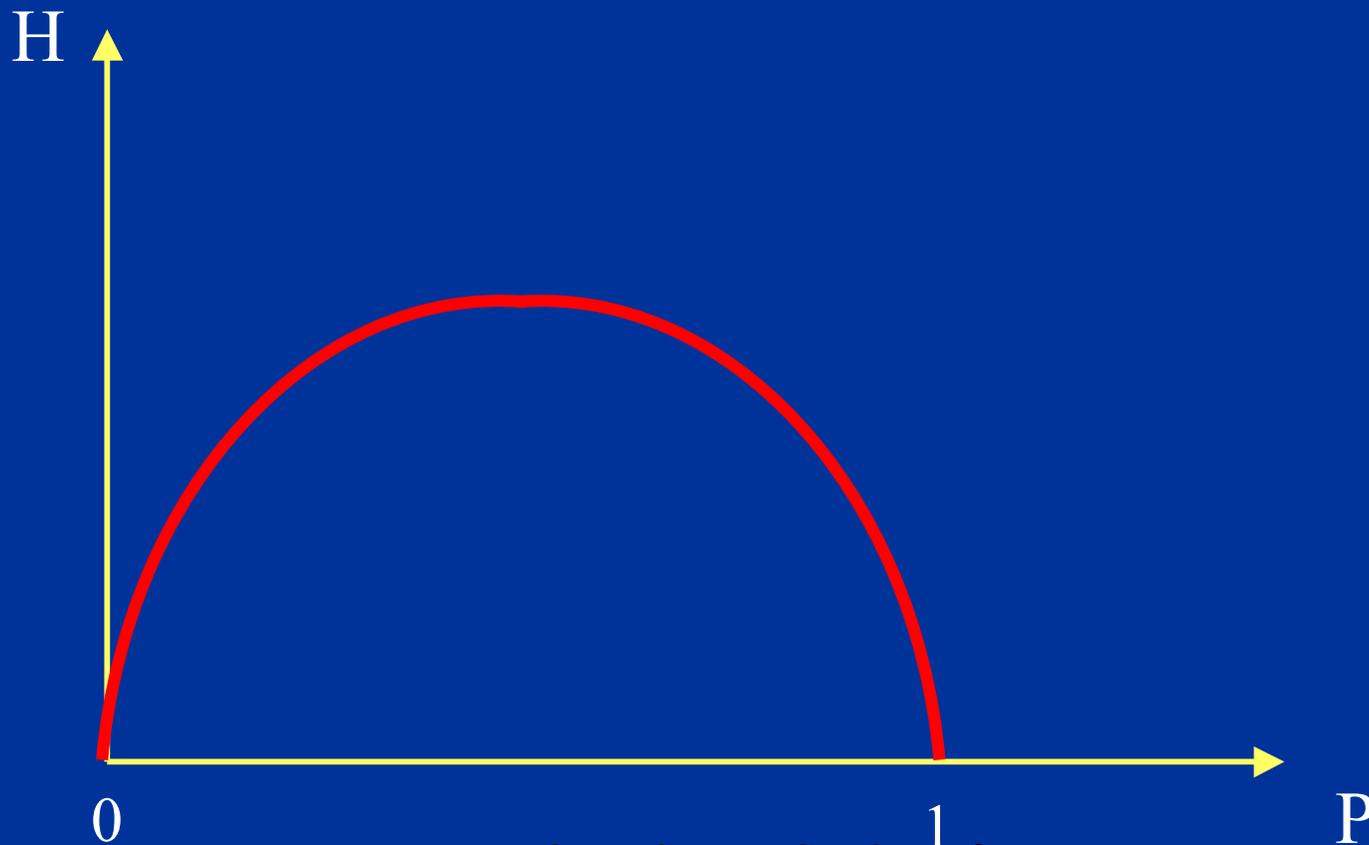
Entropía

- Información promedio de un mensaje que puede tomar n valores:

$$H = E(I) = \sum_i p_i \log_2 (1/p_i)$$

- H es la entropía
- En promedio, se esperan recibir H bits de información
- Cuándo es H máxima y cuando es mínima?

Ejemplo: H para una fuente binaria



Entropía condicional y cruzada

- Entropía condicional:

$$H(X | Y) = \sum_x P(x|y) \log_2 (1/P(x|y))$$

- Entropía cruzada:

$$H(X, Y) = \sum_x \sum_y P(x,y) \log_2(P(x,y) / P(x) P(y))$$

- Medida de información mutua o dependencia entre 2 variables (es cero si son independientes)

Referencias

- [Russell y Norvig] Sección 18.4
- Libros básicos de comunicaciones

Actividades

- Leer sobre Teoría de Información
- Hacer ejercicio de teoría de información